

ESCOLA:	
PROFESSOR(A): Josicleyton da Silva Lima	
ALUNO(A):	
ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática e suas tecnologias	TURMA: 9º ano
COMPONENTE CURRICULAR: Matemática	
TURN0: Vespertino	DATA: ____ / ____ / 2021

• Forma geral de uma equação do 2º grau

Equações do 2º grau na incógnita x têm a seguinte forma:

$ax^2 + bx + c = 0$, onde a , b e c são números reais com $a \neq 0$:

- a é o coeficiente do termo em x^2 .
- b é o coeficiente do termo em x .
- c é chamado de termo independente.

Se $a = 0$, o termo em x^2 se anula e não temos mais uma equação do 2º grau. Por isso colocamos a condição $a \neq 0$.

Na equação $4x^2 - 12x + 9 = 0$, temos: $a = 4$, $b = -12$ e $c = 9$. A incógnita é x .

Na equação $t^2 + 3t + 6$, temos: $a = 1$, $b = 3$ e $c = 6$. A incógnita é t .

A equação $5x - 3x^2 = 4 - 2x$ não está na forma $ax^2 + bx + c = 0$.

No entanto, é possível reorganizá-la, escrevendo-a na forma geral:

$$\begin{aligned} 5x - 3x^2 + 2x &= 4 \\ -3x^2 + 7x &= 4 \\ -3x^2 + 7x - 4 &= 0 \\ a &= -3; b = 7 \text{ e } c = -4 \end{aligned}$$

Por uma questão de organização, daremos preferência ao registro na forma geral.

Vimos que devemos ter $a \neq 0$.

No entanto, podemos ter $b = 0$ ou $c = 0$, ou ainda $b = 0$ e $c = 0$.

Nesses casos teremos equações do 2º grau **incompletas**. Veja exemplos:

$$\begin{aligned} 2x^2 + 5x &= 0 \\ a &= 2 \\ b &= 5 \\ c &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 16 &= 0 \\ a &= 1 \\ b &= 0 \\ c &= -16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x^2 &= 0 \\ a &= 6 \\ b &= 0 \\ c &= 0 \end{aligned}$$

Consequentemente, se $b \neq 0$ e $c \neq 0$, a equação do 2º grau é chamada de **completa**.

• Fórmula geral de resolução da equação do 2º grau

➤ Fórmula de Bhaskara

A Fórmula de Bhaskara funciona para todos os casos, porém, para sua utilização, é conveniente que a equação esteja escrita numa forma padrão: $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, onde a , b e c são chamados de coeficientes. Existem algumas maneiras diferentes de Deduzir a fórmula de Bhaskara, uma delas é a seguinte:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{com } \Delta = b^2 - 4ac$$

O que fazer então com uma equação que esteja no seguinte formato: $4x^2 - 2(x - 1) = x(x + 5)$? Neste caso, deve-se desenvolver a expressão buscando chegar no formato padrão apresentado.

$$\begin{aligned} 4x^2 - 2(x - 1) &= x(x + 5) \\ 4x^2 - 2x + 2 &= x^2 + 5x \\ 3x^2 - 7x + 2 &= 0 \end{aligned}$$

Note que a equação desenvolvida é semelhante a equação proposta inicialmente, onde se percebe que os coeficientes são $a = 3$; $b = -7$; $c = 2$. Logo, pode-se aplicar a Fórmula de Bhaskara, conforme segue:

$$\begin{aligned} 3x^2 - 7x + 2 &= 0 \\ a &= 3; b = -7; c = 2 \\ \Delta &= (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 - 24 = 25 \\ x &= \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm 5}{6} \rightarrow x_1 = \frac{12}{6} = 2 \text{ ou } x_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Conclusão: se escrevermos uma equação do 2º grau na sua forma padrão reduzida, facilmente encontraremos os coeficientes a , b e c , e com estes coeficientes aplicamos a Fórmula de Bhaskara e encontramos as raízes da equação.

Discriminante

Porém, existe uma característica importante na Fórmula de Bhaskara que é o termo dentro do radical, chamado de discriminante (Δ): $\Delta = b^2 - 4ac$. O discriminante mostra a quantidade de raízes de uma equação da seguinte forma:

- Se $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais distintas;
- Se $\Delta = 0$, a equação possui uma raiz real;
- Se $\Delta < 0$, a equação possui duas raízes imaginárias distintas.

Por isso, é conveniente calcularmos o valor do discriminante antes de resolvermos a Fórmula de Bhaskara.

Vamos resolver equações aplicando essa fórmula?

1. $x^2 + 3x - 10 = 0$

$a = 1$ $b = 3$ $c = -10$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)$ $\Delta = 9 + 40 = 49$	$\left. \begin{array}{l} \text{Identificamos os coeficientes e o termo} \\ \text{independente na equação.} \end{array} \right\}$ $\left. \begin{array}{l} \text{Calculamos o valor de } \Delta. \end{array} \right\}$
---	--

Agora aplicamos a fórmula para determinar os valores de x :

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x &= \frac{-3 \pm 7}{2} \end{aligned}$$

$\rightarrow x_1 = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$
 $\rightarrow x_2 = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$

Fazendo a verificação:

$$\begin{aligned} (-5)^2 + 3 \cdot (-5) - 10 &= \\ = 25 - 15 - 10 &= 0 \text{ e } \\ 2^2 + 3 \cdot 2 - 10 &= 4 + 6 - 10 = 0 \end{aligned}$$

Logo, -5 e 2 são as soluções, ou as raízes, da equação $x^2 + 3x - 10 = 0$.

2. $6x^2 + x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} a &= 6 & \Delta &= b^2 - 4ac \\ b &= 1 & \Delta &= 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) \\ c &= -1 & \Delta &= 1 + 24 = 25 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{12}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-1 + 5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \\ x_2 &= \frac{-1 - 5}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Logo, $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ são as raízes da equação $6x^2 + x - 1 = 0$.

3. $2x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= -4 \\ c &= 3 \\ \Delta &= b^2 - 4ac \\ \Delta &= (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 \\ \Delta &= 16 - 24 = -8 \end{aligned}$$

Atenção! Neste caso $\sqrt{\Delta}$ não é um número real.

A equação $2x^2 - 4x + 3 = 0$ não tem raízes reais.

4. $\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$

Vamos primeiro encontrar frações equivalentes às dadas e que tenham mesmo denominador:

$$\frac{2x^2}{6} - \frac{3x}{6} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{2x^2 - 3x}{6} = \frac{2}{6} \quad \text{Multiplicando ambos os membros da equação por 6, obtemos:}$$

$$2x^2 - 3x = 2 \text{ ou}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{3 + 5}{4} = 2 \\ x_2 &= \frac{3 - 5}{4} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Logo, $-\frac{1}{2}$ e 2 são as raízes da equação.

Exercícios

01. Considere $y^2 - 4y = -6 + 3y$. Escreva essa equação na forma geral e responda às seguintes questões:

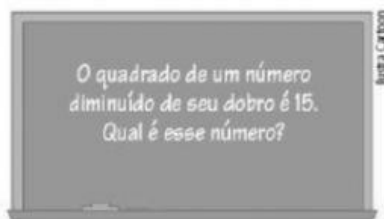
- a) Qual é a incógnita?
- b) Qual é o grau?
- c) Qual é o termo independente?
- d) Qual é o coeficiente do termo de grau 1?
- e) O número 6 é uma solução? E o -1?

02. Resolva as equações do 2º grau usando a fórmula geral.

- a) $x^2 - 6x + 9 = 0$
- b) $-x^2 + x + 12 = 0$
- c) $7x^2 + x + 1 = 0$
- d) $x^2 - x - 1 = 0$

03. A soma de um número com o seu quadrado é 30. Calcule esse número.

04.



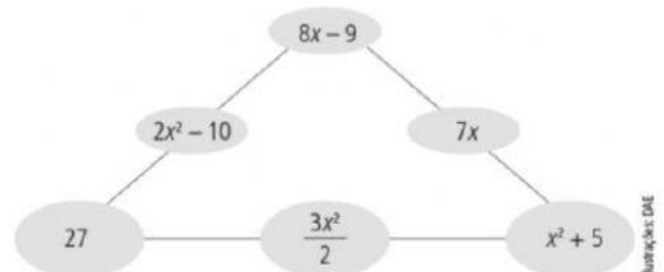
05. Escreva as equações na forma geral e resolva.

- a) $x^2 + 3 = 4x$
- b) $-20 = -x - x^2$
- c) $13 - 2x - 15x^2 = 0$
- d) $4x^2 + 7x + 3 = 2x^2 + 2x$
- e) $x(x - 2) = 2(x + 6)$
- f) $x(2x - 1) + 6 = 4(x + 1)$
- g) $(x - 1)(x - 2) = 6$
- h) $(2x - 3)(x - 8) = 34$

06. Resolva as equações.

- a) $(x + 1)^2 = 7 + x$
- b) $(x - 2)^2 - x = 1$
- c) $x^2 = \frac{4}{5}x + \frac{1}{5}$
- d) $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} + \frac{1}{9} = 0$
- e) $x^2 - 3 = \frac{x - 3}{6}$
- f) $\frac{x^2 - 5x}{3} + 1 = \frac{2x + 11}{3}$

07. (CPII-RJ) O diagrama abaixo tem um formato que lembra um triângulo. Este "triângulo" é formado por seis números que devem ocupar os espaços indicados. Um desses números (o 27) já foi dado. Os outros você terá de descobrir, sabendo que a soma dos números correspondentes a cada "lado do triângulo" deve ser sempre a mesma.



- a) Qual é o valor de x ?
- b) Complete, no caderno, o "triângulo" com os números correspondentes:

