

TIRO PARABÓLICO

con fórmulas directas



Arrastra las etiquetas hasta su lugar correcto en la imagen:

M.R.U.

Caída libre

Tiro vertical

Arrastra las etiquetas hasta su lugar correcto en el diagrama:

- x
- y
- \vec{v}_{ix}
- \vec{v}_{iy}
- \vec{v}_i
- A
- H_{max}
- \vec{v}_t
- g

Las Fórmulas de MRU (eje x) y MRUA (eje y) aplicadas al Tiro parabólico:

Si queremos conocer la posición (x o y) o su velocidad en cualquier instante de su trayectoria, podemos emplear estas expresiones.
 O también contamos con las expresiones directas: para tiempo, altura y alcance.

Posición Instantánea

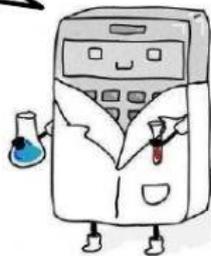
$$x = v_i (\cos\theta) t$$

$$y = v_i (\text{sen}\theta) t - \frac{gt^2}{2}$$

Velocidad Instantánea

$$v_x = v_i (\cos\theta)$$

$$v_y = v_i (\text{sen}\theta) - gt$$



Tiro parabólico de P a Q

Tiempo de vuelo

$$t_v = \frac{2v_i \text{sen}\theta}{g}$$

Altura máxima

$$H_{max} = \frac{(v_i \text{sen}\theta)^2}{2g}$$

Alcance

$$A = \frac{v_i^2 \text{sen}2\theta}{g}$$

Ejemplo del uso de las fórmulas directas

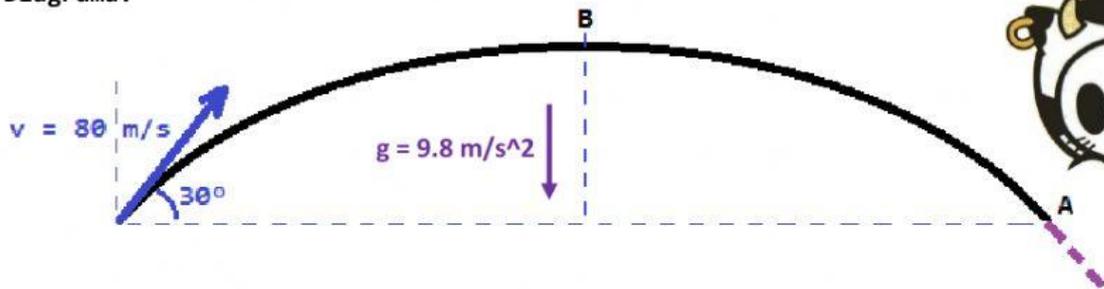
Se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 80 m/s con un ángulo de 30° por encima de la horizontal. Determinar:

- el tiempo necesario para que alcance su altura máxima
- la distancia a la que regresa a la altura inicial
- el tiempo que tarda en llegar al punto del alcance horizontal
- su posición y velocidad a los 6 segundos de haber sido lanzado
- las componentes "x" y "y" de la velocidad

Todos los resultados se deben redondear en centésimos, ok?



SOLUCIÓN:
Diagrama:



a) El tiempo necesario para alcanzar su altura máxima (punto B) es la mitad del tiempo de vuelo de la fórmula ya conocida:

$$t_v = \frac{2v_i \sin \theta}{g} = \frac{2 \cdot 80 \cdot \sin 30^\circ}{9.8} = 8.16 \text{ s}$$

b) La distancia a la que regresa a la altura inicial de donde comenzó el tiro (punto A), es el Alcance:

$$A = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{80^2 \sin(2 \cdot 30^\circ)}{9.8} = 643.27 \text{ m}$$

c) El tiempo que tarda en llegar al punto del alcance horizontal (punto A) es el tiempo de vuelo:

$$t_v = \frac{2v_i \sin \theta}{g} = \frac{2 \cdot 80 \cdot \sin 30^\circ}{9.8} = 8.16 \text{ s}$$

d) La posición a los 6 segundos de haber sido lanzado:

$$x = v_i (\cos \theta) t = 80 (\cos 30^\circ) (6) = 415.52 \text{ m}$$

$$y = v_i (\sin \theta) t - \frac{g t^2}{2} = 80 (\sin 30^\circ) (6) - \frac{9.8 \cdot 6^2}{2} = 107.16 \text{ m}$$

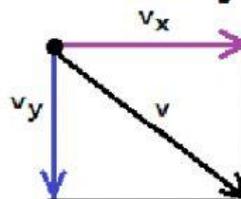
posición a los 6 segundos: (415.52 m, 107.16 m)

y la velocidad a los 6 segundos de haber sido lanzado:

$$v_x = v_i (\cos \theta) = 80 (\cos 30^\circ) = 69.28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_y = v_i (\sin \theta) - g t = 80 (\sin 30^\circ) - (9.8) (6) = 10.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

las velocidades en "x" y en "y" se verían:



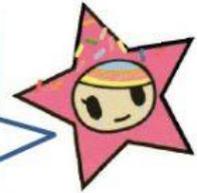
entonces la adición de los dos vectores es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\square^2 + \square^2} = \square \frac{m}{s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\square}{\square}\right) = \square^\circ \quad \theta_c = 360^\circ - \square^\circ = \square^\circ$$

$$v (v , \theta_c) = (\square \frac{m}{s} , \square^\circ)$$

Recuerda que en estas fórmulas no es necesario considerar los signos +/-



e) El disparo tiene un ángulo de 30° , la componente horizontal y la vertical de la velocidad son:

DATOS

$$v_i = \square \frac{m}{s}$$

$$v_{ix} = v_i \cos \theta = \square \cos \square = \square \frac{m}{s}$$

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$v_{iy} = v_i \sin \theta = \square \sin \square = \square \frac{m}{s}$$

Elaboración de la gráfica x-y del lanzamiento anterior (puntos cada segundo):

Primero obtendremos todos los puntos (x,y) cada 1.0 s.

$$t = 0$$

posición a los 0 segundos: (\square m , \square m)

$$t = 1.0s \quad x = v_i (\cos \theta) t = \square (\cos \square) (\square) = \square \text{ m}$$

$$y = v_i (\sin \theta) t - \frac{g t^2}{2} = \square (\sin \square) (\square) - \frac{\square \cdot \square^2}{2} = \square \text{ m}$$

posición a los 1.0 segundos: (\square m , \square m)

$$t = 2.0s \quad x = v_i (\cos \theta) t = \square (\cos \square) (\square) = \square \text{ m}$$

$$y = v_i (\sin \theta) t - \frac{g t^2}{2} = \square (\sin \square) (\square) - \frac{\square \cdot \square^2}{2} = \square \text{ m}$$

posición a los 2.0 segundos: (\square m , \square m)

$$t = 3.0s \quad x = v_i (\cos \theta) t = \square (\cos \square) (\square) = \square \text{ m}$$

$$y = v_i (\sin \theta) t - \frac{g t^2}{2} = \square (\sin \square) (\square) - \frac{\square \cdot \square^2}{2} = \square \text{ m}$$

posición a los 3.0 segundos: (\square m , \square m)

$$t = 4.0s \quad x = v_i (\cos \theta) t = \square (\cos \square) (\square) = \square \text{ m}$$

$$y = v_i (\sin \theta) t - \frac{g t^2}{2} = \square (\sin \square) (\square) - \frac{\square \cdot \square^2}{2} = \square \text{ m}$$

posición a los 4.0 segundos: (\square m , \square m)



$$t = 5.0 \text{ s} \quad x = v_i(\cos \theta)t = \text{ } (\cos \text{ })(\text{ }) = \text{ } \text{ m}$$

$$y = v_i(\sin \theta)t - \frac{g t^2}{2} = \text{ } (\sin \text{ })(\text{ }) - \frac{\text{ } \cdot \text{ }^2}{2} = \text{ } \text{ m}$$

posición a los 5.0 segundos: (m, m)

$$t = 6.0 \text{ s} \quad x = v_i(\cos \theta)t = \text{ } (\cos \text{ })(\text{ }) = \text{ } \text{ m}$$

$$y = v_i(\sin \theta)t - \frac{g t^2}{2} = \text{ } (\sin \text{ })(\text{ }) - \frac{\text{ } \cdot \text{ }^2}{2} = \text{ } \text{ m}$$

posición a los 6.0 segundos: (m, m)

$$t = 7.0 \text{ s} \quad x = v_i(\cos \theta)t = \text{ } (\cos \text{ })(\text{ }) = \text{ } \text{ m}$$

$$y = v_i(\sin \theta)t - \frac{g t^2}{2} = \text{ } (\sin \text{ })(\text{ }) - \frac{\text{ } \cdot \text{ }^2}{2} = \text{ } \text{ m}$$

posición a los 7.0 segundos: (m, m)

$$t = 8.0 \text{ s} \quad x = v_i(\cos \theta)t = \text{ } (\cos \text{ })(\text{ }) = \text{ } \text{ m}$$

$$y = v_i(\sin \theta)t - \frac{g t^2}{2} = \text{ } (\sin \text{ })(\text{ }) - \frac{\text{ } \cdot \text{ }^2}{2} = \text{ } \text{ m}$$

posición a los 8.0 segundos: (m, m)

Los puntos obtenidos fueron los siguientes, arrastra los puntos ● hasta el lugar que les corresponda en la gráfica:

- | | | |
|---|--|--|
| $t = 0 \rightarrow$ ● (0 , 0) | $t = 4 \rightarrow$ ● (277.13, 81.60) | $t = 7 \rightarrow$ ● (484.97, 39.90) |
| $t = 1 \rightarrow$ ● (68.28 , 35.10) | $t = 4.08 \rightarrow$ ● (282.84, 81.63) | $t = 8 \rightarrow$ ● (554.26, 6.40) |
| $t = 2 \rightarrow$ ● (138.56, 60.40) | $t = 5 \rightarrow$ ● (346.41, 77.50) | $t = 8.16 \rightarrow$ ● (565.67, 0) |
| $t = 3 \rightarrow$ ● (207.85, 75.90) | $t = 6 \rightarrow$ ● (415.69, 63.60) | |

