

LKPD Pertidaksamaan Eksponensial

Nama :

No Presensi :

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah pembelajaran ini diharapkan kalian dapat menentukan penyelesaian dari suatu bentuk pertidaksamaan eksponensial.

B. Uraian Materi

Pertidaksamaan eksponensial terdiri dari dua bentuk, yaitu:

1. Untuk bilangan pokok a dengan $a > 1$
 - a. Jika $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, maka $f(x) > g(x)$
 - b. Jika $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, maka $f(x) < g(x)$
2. Untuk bilangan pokok a dengan $0 < a < 1$
 - a. Jika $a^{g(x)} > a^{h(x)}$, maka $g(x) < h(x)$
 - b. Jika $a^{g(x)} < a^{h(x)}$, maka $g(x) > h(x)$

C. Penjelasan

Simak video di bawah ini.



D. Latihan Soal

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $2^{3x} > 2^6$.

Penyelesaian:

$$2^{3x} > 2^6 \quad (\text{karena } a > 1)$$

$$\Leftrightarrow 3x > 6$$

$$\Leftrightarrow x > 2$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari $2^{3x} > 2^6$ adalah $\{x | x > 2, x \in R\}$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+2}$.

Penyelesaian:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+2} \quad (\text{karena } 0 < a < 1)$$

$$\Leftrightarrow x + 1 > 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow -x > 1$$

$$\Leftrightarrow x < -1$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+2}$ adalah $\{x | x < -1, x \in R\}$.

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $2^{x^2+1} < 2^{2x+4}$.

Penyelesaian:

$$2^{x^2+1} < 2^{2x+4} \quad (\text{karena } a > 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 < 2x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 < 0$$

Pembuat nol

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \quad \text{atau} \quad x = 3$$

Uji tanda

Untuk $x = -2$, maka $(-2)^2 - 2(-2) - 3 = 4 + 4 - 3 = 5$ positif

Untuk $x = 0$, maka $0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = 0 + 0 - 3 = -3$ negatif

Untuk $x = 4$, maka $4^2 - 2 \cdot 4 - 3 = 16 - 8 - 3 = 5$ positif



Karena $x^2 - 2x - 3 < 0$ maka pilih yang **negatif**.

Sehingga diperoleh $-1 < x < 3$.

Jadi, himpunan penyelesaian dari $2^{x^2+1} < 2^{2x+4}$ adalah $\{x | -1 < x < 3, x \in R\}$.

4. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $3^{2x} - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 \geq 0$.

Penyelesaian:

$$\Leftrightarrow 3^{2x} - 4 \cdot 3^x \cdot 3^1 + 27 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x)^2 - 12 \cdot 3^x + 27 \geq 0$$

Misalkan $3^x = p$, sehingga diperoleh bentuk sebagai berikut.

$$\Leftrightarrow p^2 - 12p + 27 \geq 0$$

Pembuat nol

$$\Leftrightarrow p^2 - 12p + 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow (p - 3)(p - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow p = 3 \text{ atau } p = 9$$

Uji tanda

$$\text{Untuk } p = 0, \text{ maka } 0^2 - 12 \cdot 0 + 27 = 0 - 0 + 27 = 27 \text{ positif}$$

$$\text{Untuk } p = 4, \text{ maka } 4^2 - 12 \cdot 4 + 27 = 16 - 48 + 27 = -5 \text{ negatif}$$

$$\text{Untuk } p = 10, \text{ maka } 10^2 - 12 \cdot 10 + 27 = 100 - 120 + 27 = 7 \text{ positif}$$



Karena $p^2 - 12p + 27 \geq 0$ maka pilih yang

Sehingga diperoleh $p \leq 3$ atau $p \geq 9$

Karena $3^x = p$, maka

$$p \leq 3 \quad \text{atau} \quad p \geq 9$$

$$3^x \leq 3 \quad \quad \quad 3^x \geq 9$$

$$3^x \leq 3^1 \quad \quad \quad 3^x \geq 3^2 \quad \quad \quad (\text{karena } a > 1)$$

$$x \leq 1 \quad \quad \quad x \geq 2$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari $3^{2x} - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 \geq 0$ adalah

$$\{x | x \leq 1 \text{ atau } x \geq 2, x \in R\}.$$

E. Evaluasi

Tentukanlah himpunan penyelesaian untuk setiap pertidaksamaan eksponensial berikut ini. (Langkah-langkah penyelesaian ditulis di buku catatan)

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4$

Jawab: $\{x | x \geq -2, x \in R\}$

2. $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 \geq 0$

Jawab: $\{x | x \leq -1 \text{ atau } x \geq 2, x \in R\}$

Selamat belajar.

Tetap jaga kesehatan.

Tetap berprestasi meski pandemi.