

• Conjuntos numéricos

➤ Conjunto dos números naturais

Os números naturais são utilizados para indicar contagens como idade, dias de mês ou, ainda, para representar o número de uma residência.

Começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos os elementos do **conjunto dos números naturais**, indicado por $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$$

O conjunto dos números naturais é infinito e podemos representá-lo em uma reta orientada sobre a qual marcamos pontos equidistantes. A cada ponto marcado, fazemos corresponder, ordenadamente, um número natural, e cada número natural é representado por um desses pontos, como mostra a figura a seguir.

A respeito dos números naturais:

- Todo número natural n tem seu **sucessor** $n + 1$, que é o número natural que vem imediatamente depois dele. Por exemplo, o sucessor de 5 é 6; o sucessor de 29 é 30.
- O número natural que vem imediatamente antes de um número natural diferente de zero é denominado **antecessor**. Por exemplo, o antecessor de 10 é 9; o antecessor de 231 é 230.
- Os números naturais n e $n + 1$ são denominados **consecutivos**. Analogamente, dizemos que os números naturais $n, n + 1, n + 2, \dots$ são consecutivos. Por exemplo, 4 e 5 são consecutivos e 18, 19 e 20 também são consecutivos.
- O subconjunto de $\mathbb{N}$ formado por todos os números naturais diferentes de zero é denotado assim:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} = \mathbb{N} - \{0\}$$

➤ Conjunto dos números inteiros

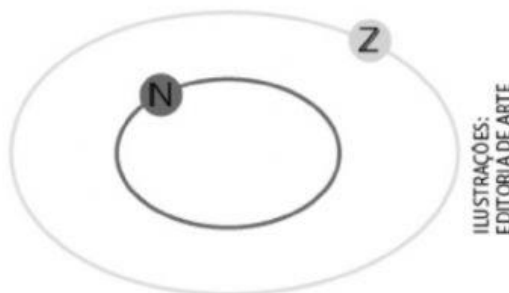
O conjunto formado pelos números positivos, negativos e zero é denominado **conjunto dos números inteiros** e é representado por $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots\}$$

ou

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Todos os números naturais pertencem ao conjunto dos números inteiros, ou seja, o conjunto dos números naturais é um subconjunto do conjunto dos números inteiros, como mostra o diagrama a seguir. Além disso, podemos escrever $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.



Na reta orientada, o conjunto $\mathbb{Z}$ pode ser assim representado:



A respeito dos números inteiros:

- Todo número inteiro tem um antecessor e um sucessor. Por exemplo: o antecessor de -10 é -11 , e o sucessor de -1 é 0 .
- Dois números inteiros são **opostos** ou **simétricos** quando a soma deles é igual a zero. Por exemplo: o oposto de 1 é -1 , e o oposto de -3 é 3 . O oposto de zero é o próprio zero.

Destacamos, agora, importantes subconjuntos de $\mathbb{Z}$:

- números inteiros não nulos: $\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{Z} - \{0\}$
- números inteiros não negativos: $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- números inteiros não positivos: $\mathbb{Z}_- = \{0, -1, -2, -3, -4, \dots\}$
- números inteiros positivos: $\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- números inteiros negativos: $\mathbb{Z}_-^* = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$
- números pares: $P = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$, ou seja, são os números que, divididos por 2 , têm resto 0 .
- números ímpares: $I = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$, ou seja, são os números que, divididos por 2 , têm resto 1 .

➤ Conjunto dos números racionais

Como mencionamos, algumas divisões não podem ser realizadas no conjunto dos números inteiros. Por causa disso, surgiu a necessidade de complementar os conjuntos numéricos, o que deu origem ao **conjunto dos números racionais**.

O conjunto dos números racionais, que indicamos por $\mathbb{Q}$, é aquele formado pelos números que podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b inteiros e $b \neq 0$:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid x = \frac{a}{b}, \text{ com } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Exemplos:

$$7 = \frac{7}{1}$$

$$0,6 = \frac{3}{5}$$

$$-0,13 = -\frac{13}{100}$$

$$1,3333\dots = \frac{4}{3}$$

$$0,4777\dots = \frac{43}{90}$$

Um número racional pode ser representado de duas maneiras: na **forma fracionária**, como a razão de dois números inteiros, sendo o denominador não nulo; e na **forma decimal**, que pode ser obtida quando dividimos o numerador pelo denominador que aparecem na forma fracionária. Nesse caso, a parte decimal tem uma quantidade finita de algarismos ou é infinita e periódica.

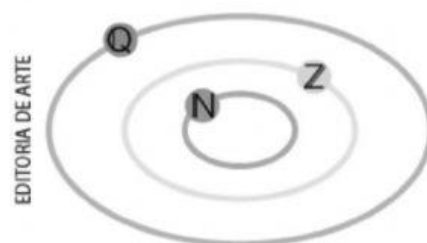
Para representar, na forma decimal, um número racional escrito como razão de dois números inteiros, dividimos o numerador pelo denominador.

Exemplos:

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{14}{5} = 2,8$$

$$\frac{13}{6} = 2,1666\dots$$



Ao realizar essa divisão, temos duas possibilidades:

- 1) O resultado é um número decimal com uma quantidade finita de algarismos depois da vírgula. Nesse caso, temos um **número decimal exato**.

Exemplos:

$$\frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$$\frac{9}{2} = 4,5$$

$$-\frac{3}{8} = -0,375$$

- 2) O resultado é um número decimal com uma quantidade infinita de algarismos depois da vírgula, com um grupo deles se repetindo periodicamente. Nesse caso, temos uma **dízima periódica**, e o grupo de algarismos que se repetem indefinidamente é chamado de **período** da dízima.

Exemplos:

$$\frac{13}{6} = 2,1666... = 2,1\overline{6} \text{ (o período é 6)}$$

$$\frac{40}{99} = 0,4040... = 0,\overline{40} \text{ (o período é 40)}$$

Acabamos de ver como obter a forma decimal de um número racional a partir de sua forma fracionária. Também podemos obter uma fração de inteiros equivalente a um número racional, seja ele um decimal exato ou uma dízima periódica.

Essa fração é chamada de **fração geratriz**. Acompanhe a seguir como obter a fração geratriz da dízima 2,3131... .

$$x = 2,3131... \quad \textcircled{I}$$

$$100x = 231,3131... \quad \textcircled{II}$$

Fazemos $\textcircled{II} - \textcircled{I}$, subtraindo membro a membro as duas igualdades:

$$100x - x = 231,3131... - 2,3131...$$

Portanto:

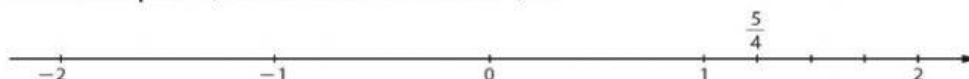
$$99x = 229 \Rightarrow x = \frac{229}{99}$$

Logo, $\frac{229}{99}$ é a fração geratriz da dízima periódica 2,3131... .

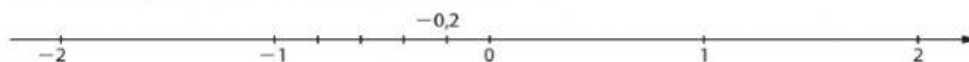
Como o período tem 2 algarismos que se encontram logo após a vírgula, multiplicamos por 100 ambos os lados da igualdade:

Na reta orientada, é possível marcar pontos que representem números racionais. Acompanhe alguns exemplos de localização de números racionais na reta orientada:

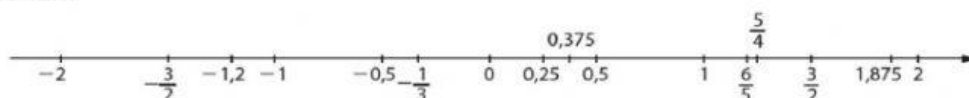
- a) Como o número $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 1,25$ está localizado entre 1 e 2, dividimos o intervalo entre os números 1 e 2 em quatro partes iguais e tomamos o ponto da divisão que fica mais próximo de 1. Nesse ponto, localizamos o número 1,25.



- b) O número $-0,2 = -\frac{1}{5}$ está localizado entre 0 e -1; então, dividimos o intervalo entre os números -1 e 0 em cinco partes iguais e tomamos o ponto da divisão que fica mais próximo do 0. Nesse ponto, localizamos o número -0,2.



Veja um trecho da reta orientada com alguns pontos que estão associados a alguns números racionais:



ILUSTRAÇÕES:
EDITORIA DE ARTE

A respeito dos números racionais:

a) A soma de dois números racionais é um número racional.

Exemplos:

$$\bullet \frac{1}{3} + \frac{4}{5} = \frac{17}{15}$$

$$\bullet 7,4 + 3,6 = 11,0$$

b) A diferença de dois números racionais é um número racional.

Exemplos:

$$\bullet 1,\bar{3} - 0,\bar{1} = 1,\bar{2}$$

$$\bullet \frac{1}{6} - \frac{3}{8} = -\frac{5}{24}$$

c) O produto de dois números racionais é um número racional.

Exemplos:

$$\bullet 45,2\bar{1} \cdot 2 = 90,4\bar{2}$$

$$\bullet \frac{4}{5} \cdot \frac{13}{6} = \frac{26}{15}$$

d) O quociente de dois números racionais, sendo o divisor diferente de zero, é um número racional.

Exemplos:

$$\bullet 0,5 : 2,25 = 0,\bar{2}$$

$$\bullet \frac{3}{25} : \frac{4}{5} = \frac{3}{20}$$

e) Dois números racionais são **opostos** ou **simétricos** quando a soma deles é igual a zero.

Exemplos:

$$\bullet \text{O oposto de } 0,5 \text{ é } -0,5.$$

$$\bullet \text{O oposto de } -\frac{3}{2} \text{ é } \frac{3}{2}.$$

$$\bullet \text{O oposto de } -7,9\bar{1} \text{ é } 7,9\bar{1}.$$

f) Dois números racionais são **inversos** um do outro quando o produto deles é igual a 1.

Exemplos:

$$\bullet \text{O inverso de } \frac{4}{5} \text{ é } \frac{5}{4}, \text{ pois } \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} = 1.$$

$$\bullet \text{O inverso de } 3 \text{ é } \frac{1}{3}, \text{ pois } 3 \cdot \frac{1}{3} = 1.$$

$$\bullet \text{O inverso de } -7 \text{ é } -\frac{1}{7}, \text{ pois } -7 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = 1.$$

$$\bullet \text{O inverso de } 0,75 \text{ é } 1,\bar{3}, \text{ pois } 0,75 \cdot 1,\bar{3} = 1.$$

g) Entre dois números racionais distintos sempre existe outro número racional. Daí a impossibilidade de escrever um a um todos os números racionais situados entre dois números quaisquer.

Exemplos:

$$\bullet \text{Entre os números } 0,2 = \frac{1}{5} \text{ e } 0,\bar{3} = \frac{1}{3} \text{ existem, entre outros, os números racionais } 0,25; 0,2\bar{9} \text{ e } \frac{9}{40}.$$

• Um procedimento possível para obter um número racional entre dois outros números racionais é calcular a média aritmética entre eles. No caso do exemplo anterior, temos:

$$\frac{0,2 + 0,\bar{3}}{2} = \frac{0,5\bar{3}}{2} = 0,2\bar{6} \text{ ou } \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{2} = \frac{\frac{8}{15}}{2} = \frac{4}{15}$$

Destacamos, agora, importantes subconjuntos de $\mathbb{Q}$:

$$\bullet \text{números racionais não nulos: } \mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} - \{0\}$$

$$\bullet \text{números racionais não negativos: } \mathbb{Q}_+$$

$$\bullet \text{números racionais não positivos: } \mathbb{Q}_-$$

$$\bullet \text{números racionais positivos: } \mathbb{Q}_+^*$$

$$\bullet \text{números racionais negativos: } \mathbb{Q}_-^*$$

> ATIVIDADES RESOLVIDAS

- 1 Considere os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 3\}$. Em seguida:

- descreva os elementos dos conjuntos A e B .
- determine $A \cup B$.
- determine $A \cap B$.

Resolução

- a) No conjunto A , a notação $x \leq 5$ significa que x é um número natural menor do que ou igual a 5, ou seja, x pode assumir qualquer valor inteiro entre 0 e 5, incluindo os dois extremos, sendo $x \in \mathbb{N}$. Logo, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

No conjunto B , a notação $-2 \leq x < 3$ significa que $x \geq -2$ e, também, $x < 3$, sendo $x \in \mathbb{Z}$, ou seja, x pode assumir qualquer valor inteiro entre -3 e 3. Assim, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

- b) A união dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B . Logo:

$$A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

- c) A intersecção dos conjuntos A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e também pertencem a B . Portanto: $A \cap B = \{0, 1, 2\}$.

- 2 (PUC-SP) Considerando:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\},$$

$$A = \left\{x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{24}{x} = n, n \in \mathbb{N}\right\} \text{ e}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x + 4 < 2x + 9\}.$$

Podemos afirmar que:

- $A \cap B$ tem 8 elementos.
- $A \cap B$ tem 4 elementos.
- $A \cup B = A$.
- $A \cap B = A$.
- n.r.a.

Resolução

Primeiro, vamos determinar os elementos dos conjuntos A e B .

Pela condição $\frac{24}{x} = n$, com $x \in \mathbb{N}^*$ e $n \in \mathbb{N}$,

o conjunto A será formado pelos divisores naturais de 24. Assim, podemos escrever o conjunto A na forma: $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

Pela propriedade do conjunto B , $3x + 4 < 2x + 9$, com $x \in \mathbb{N}$, temos:

$$3x + 4 < 2x + 9 \Rightarrow 3x - 2x < 9 - 4 \Rightarrow x < 5$$

Logo, o conjunto B será formado pelos números naturais menores do que 5 e pode ser escrito na forma: $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Analisando cada alternativa, temos:

- a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$A \cup B$ tem 9 elementos; portanto, a alternativa é falsa.

- b) $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\}$

$A \cup B$ tem 4 elementos; portanto, a alternativa é verdadeira.

- c) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \neq A$; portanto, a alternativa é falsa.

- d) $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \neq A$; portanto, a alternativa é falsa.

- e) n.r.a.; portanto, a alternativa é falsa.

Portanto, **b** é a única alternativa correta.

- 3 Escreva em ordem crescente os números racionais:

$$-\frac{2}{3}; \frac{17}{8}; 1,333\dots; -\frac{9}{4}; \frac{7}{2} \text{ e } \frac{43}{20}$$

Resolução

Primeiro, determinamos a forma decimal das frações:

$$-\frac{2}{3} = -0,666\dots \qquad \frac{7}{2} = 3,5$$

$$\frac{17}{8} = 2,125 \qquad \frac{43}{20} = 2,15$$

$$-\frac{9}{4} = -2,25$$

Agora, observando os números decimais, escrevemos esses números racionais em ordem crescente:

$$-\frac{9}{4} < -\frac{2}{3} < 1,333\dots < \frac{17}{8} < \frac{43}{20} < \frac{7}{2}.$$

Exercícios

- 1 Escreva os seguintes conjuntos, listando seus elementos:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 8\}$
 b) $C = \{z \in \mathbb{Z}^* \mid -3 < z < 4\}$

- 2 Descreva cada um dos conjuntos de números a seguir, definindo-os por uma propriedade de seus elementos.

a) $M = \{6, 7, 8\}$
 b) $T = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$

- 3 Considere os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par e } x < 9\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é ímpar e } x < 9\}$. Utilize os símbolos $\in$ ou $\notin$ para relacionar cada par a seguir.

a) 4 e A c) 8 e A e) 1 e B
 b) 5 e A d) 2 e B f) 10 e A

- 4 Sendo $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, escreva os seguintes conjuntos, listando seus elementos.

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$
 b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = k^2, k \in \mathbb{N}\}$

- 5 Dados os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10\}$, determine o número de elementos de $A \cap B$.

- 6 Verifique se os conjuntos a seguir são iguais.

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 4\}$
 $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x - 2)(x - 3) = 0\}$

- 7 Usando os símbolos $\in$ ou $\notin$, relacione:

a) $-7 \in \mathbb{N}$. c) $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$.
 b) $4 \in \mathbb{Z}$. d) $0,166\dots \in \mathbb{Q}$.

- 8 Determine a fração geratriz dos números a seguir.

a) 0,323232... b) 2,715715715...

- 9 Sendo A o conjunto dos divisores naturais de 18 e B o conjunto dos divisores naturais de 30, escreva:

a) o conjunto A;
 b) o conjunto B;
 c) o conjunto C dos divisores comuns de 18 e 30;
 d) o máximo divisor comum de 18 e de 30.

- 10 (UFAL) No universo $\mathbb{N}$, sejam A o conjunto dos números pares, B o conjunto dos números múltiplos de 3 e C o conjunto dos números múltiplos de 5. Determine os 10 menores números que pertencem ao conjunto $B - (A \cup C)$.

- 12 (Unicamp-SP) Ache dois números inteiros positivos e consecutivos sabendo que a soma de seus quadrados é 481.

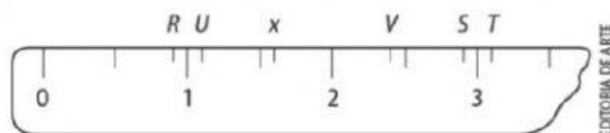
- 13 Determine os seguintes conjuntos, listando seus elementos.

a) $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid -2x^2 - 9x + 5 = 0\}$
 b) $N = \left\{a \in \mathbb{Q} \mid \frac{1}{a} + a = 2\right\}$
 c) $P = \{y \in \mathbb{Z} \mid (y - 1)(y + 2)(y - 3) = 0\}$
 d) $S = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 25 = 0\}$

- 14 (OCM-PB) Seja a um número inteiro positivo qualquer. Então, para todo inteiro b, é correto afirmar que:

a) $a + b$ é um número par
 b) $4a + 2b$ é um número par
 c) $3a + 2b$ é um número ímpar
 d) $a + 3b$ é um número par
 e) $a + 2b$ é um número ímpar

- 15 (OBMEP) A figura representa parte de uma régua graduada de meio em meio centímetro, onde estão marcados alguns pontos. Qual deles melhor representa o número $2x - 2$?



a) R c) T e) V
 b) S d) U

- 16 (Fuvest-SP) Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de $\frac{x}{y}$ é:

a) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3}$ e) 1
 b) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$

- 17 (UFRJ) Prove que, se o quadrado de um número natural n é par, então o próprio número n tem que ser, obrigatoriamente, par (isto é, $n \in \mathbb{N}$, n^2 é par $\Rightarrow$ n é par).

➤ Conjunto dos números irracionais

O **conjunto dos números irracionais**, que indicamos por $\mathbb{I}$, é o conjunto formado pelos números que têm uma representação decimal infinita e não periódica.

Veja outros exemplos de números irracionais e suas primeiras casas decimais, obtidas com o auxílio de uma calculadora científica:

$$\sqrt{13} = 3,60555127... \quad \sqrt[3]{5} = 1,70997594... \quad \pi = 3,14159265...$$

A respeito dos números irracionais, é possível demonstrar que:

- as raízes quadradas de números naturais que não são quadrados perfeitos são números irracionais. Exemplos:

$$\sqrt{10} = 3,16227766... \quad \sqrt{24} = 4,89897948...$$

- em particular, as raízes quadradas de números primos positivos são números irracionais. Exemplos:

$$\sqrt{3} = 1,732050807... \quad \sqrt{7} = 2,645751311... \quad \sqrt{61} = 7,810249675...$$

- a soma de um número racional com um número irracional é um número irracional. Exemplos:

$$3 + \sqrt{2} = 3 + 1,41421356... = 4,41421356...$$

$$\sqrt{5} + 1,5 = 2,23606797... + 1,5 = 3,73606797...$$

- o resultado da subtração de um número racional e um número irracional, e vice-versa, é um número irracional. Exemplos:

$$1 - \pi = 1 - 3,14159265... = -2,14159265...$$

$$\sqrt{6} - 4 = 2,44948974... - 4 = -1,55051025...$$

- o produto de um número racional não nulo por um número irracional é um número irracional. Exemplos:

$$2 \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7} = \sqrt{28} = 5,29150262...$$

$$-\frac{1}{3} \cdot \pi = -\frac{\pi}{3} = 1,04719755...$$

➤ Alguns números irracionais famosos

O número pi (π)

O número representado pela letra grega π (pi) é um dos números irracionais mais conhecidos no meio matemático. O **número π** é a constante obtida da razão entre o comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro. Por ser um número irracional, a representação decimal de π é infinita e não periódica: $\pi = 3,141592653...$

O número de Euler (e)

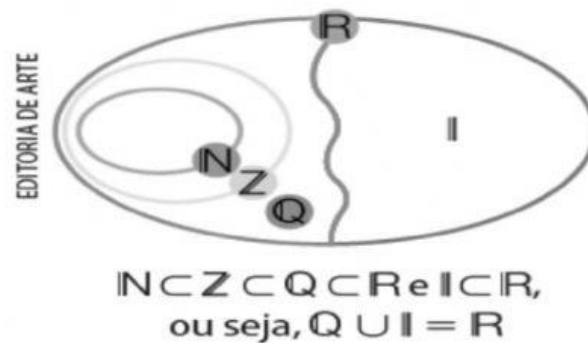
O número irracional e , chamado de **número de Euler**, cujo valor é 2,718281..., tem diversas aplicações dentro da Matemática, bem como em outras ciências como Economia, Biologia e Estatística. Esse número irracional também é chamado de número de Napier, graças aos estudos relacionados aos logaritmos feitos pelo matemático John Napier (1550-1617).

A razão áurea

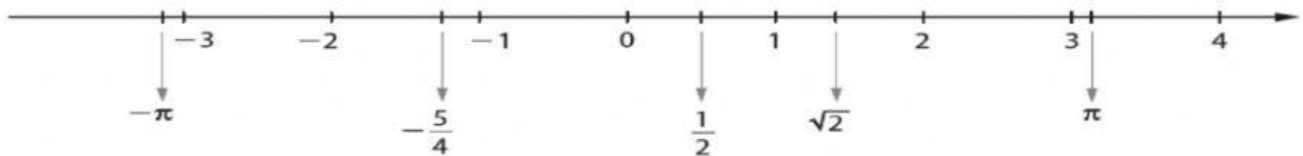
Essa razão é conhecida como **razão áurea**, e o número irracional $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, cujo valor é 1,618033..., é chamado de **número de ouro**, representado pela letra grega maiúscula ϕ (lê-se: fi).

➤ Conjunto dos números reais

Reunindo os números racionais aos números irracionais, formamos o **conjunto dos números reais**, representado por $\mathbb{R}$.



Já vimos como marcar, na reta orientada, pontos que representam números racionais. Vimos também que os números racionais não são suficientes para preencher toda a reta orientada. É possível marcar pontos na reta que representam números irracionais. Observe alguns números racionais e irracionais representados na reta orientada:



A respeito dos números reais:

- A soma de dois números reais é um número real.
- A diferença de dois números reais é um número real.
- O produto de dois números reais é um número real.
- O quociente de dois números reais, sendo o divisor diferente de zero, é um número real.
- Os conceitos de números opostos e de números inversos vistos nos conjuntos numéricos anteriores também são válidos para os números reais.

Exemplos:

- O oposto de $\sqrt{2}$ é $-\sqrt{2}$, pois $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$.
- O inverso de π é $\frac{1}{\pi}$, pois $\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 1$.

No conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais, destacamos os seguintes subconjuntos:

- números reais não nulos: $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$
- números reais não negativos: $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$
- números reais não positivos: $\mathbb{R}_- = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$
- números reais positivos: $\mathbb{R}_+^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
- números reais negativos: $\mathbb{R}_-^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$

➤ Intervalos reais

Existem subconjuntos de $\mathbb{R}$, chamados de **intervalos reais**, que são determinados por desigualdades. Os intervalos podem ser representados de diversas maneiras, como veremos a seguir.

Dados dois números reais a e b , chamados de **extremos do intervalo**, com $a < b$, temos:

Intervalo aberto

$$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} =]a, b[$$



Intervalo fechado

$$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} = [a, b]$$



Intervalos semiabertos

$$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} = [a, b[$$

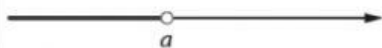


$$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\} =]a, b]$$

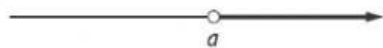


Intervalos ilimitados

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\} =]-\infty, a[$$



$$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\} =]a, +\infty[$$



$$\mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$$



$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\} =]-\infty, a]$$



$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\} = [a, +\infty[$$



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Observações:

- A bolinha vazia ($\circ$) indica que os extremos não pertencem ao intervalo.
- A bolinha cheia ($\bullet$) indica que os extremos pertencem ao intervalo.
- O símbolo $+\infty$ lê-se "mais infinito".
- O símbolo $-\infty$ lê-se "menos infinito".
- Os símbolos $+\infty$ e $-\infty$ não são números reais, são apenas símbolos usados na notação de intervalos ilimitados.

Veja alguns exemplos de intervalos reais a seguir.

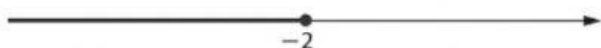
a) $[-4, 3[$ ← Essa representação é a notação de conjuntos.

$\{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 3\}$ ← Essa representação é a notação de conjuntos.



b) $]-\infty, -2]$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\}$$



c) $]0, +\infty[$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

