ESCOLA:	
PROFESSOR(A): **Josicleyton da Silva Lima**	
ALUNO(A):	
ÁREA DE CONHECIMENTO: **Matemática e suas tecnologias**	TURMA: 9º **ano**
COMPONENTE CURRICULAR: **Matemática**	
TURNO: **Vespertino**	DATA:______/______/ 2021

- **Expoentes racionais**

Até agora trabalhamos com potências cujos expoentes eram números inteiros.
E se o expoente for um número racional?

Por exemplo, qual é o significado de $7^{\frac{1}{2}}$?E de $2{,}8^{\frac{3}{4}}$?E $16^{0{,}25}$?

Os expoentes racionais relacionam a potenciação e a radiciação da seguinte maneira:

> Se a é um número positivo e m e n são números naturais diferentes de zero, então:
>
> $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $\qquad$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Veja num exemplo por que tomamos base positiva: $(-2)^{\frac{3}{4}} - \sqrt[4]{(-2)^3}$

Como $(-2)^3$ é um número negativo, essa raiz não é um número real.

As potências de base positiva e expoente racional podem ser escritas na forma de radical, e os radicais podem ser escritos na forma de potência com expoente racional.
exemplos:

- $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{7^1} = \sqrt{7}$
- $2{,}8^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2{,}8^3}$
- $16^{0{,}25} = 16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16^1} = \sqrt[4]{16}$
- $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}}$
- $\sqrt[5]{2^7} = 2^{\frac{7}{5}}$

- **Propriedades dos radicais**

1ª propriedade

> Se a é um número positivo e n é um número natural diferente de zero, $\sqrt[n]{a^n} = a$.

Acompanhe:

- $\sqrt{5^2} = 5^{\frac{2}{2}} = 5^1 = 5$
- $\sqrt[3]{7^3} = 7^{\frac{3}{3}} = 7^1 = 7$
- $\sqrt[6]{3^6} = 3^{\frac{6}{6}} = 3^1 = 3$

> Cuidado com a base negativa do radicando!
> Veja um exemplo do que ocorre se a base for **negativa** e o índice for **par**:
>
> $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$
>
> Nesse caso, $\sqrt{(-3)^2} \neq -3$.

Para calcular $\sqrt[4]{625}$, Rogério fatorou 625:

625	5
125	5
25	5
5	5
1	

$625 = 5^4$

Depois fez:

$\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$

Para descobrir a medida do lado do quadrado de área 576 cm², Patrícia fez:

$576\,cm^2$

$\ell^2 = 576$

$\ell = \sqrt{576}$

$\ell = \sqrt{2^6 \cdot 3^2} = \sqrt{(2^3 \cdot 3)^2}$

$\ell = 2^3 \cdot 3$

$\ell = 8 \cdot 3 = 24\ cm$

576	2
288	2
144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$576 = 2^6 \cdot 3^2$

2ª propriedade

Quando multiplicamos ou dividimos o índice da raiz e o expoente do radicando pelo mesmo número natural diferente de zero, obtemos um radical equivalente ao primeiro.

- Escrevemos a raiz quinta de dois elevado à terceira na forma de potência.
- Achamos uma fração equivalente a $\frac{3}{5}$ que tenha denominador dez.
- Escrevemos a potência na forma de radical, outra vez, está resolvida a questão!

$$\frac{3}{5} \overset{\times 2}{=} \frac{6}{10}$$

$$\sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}}$$

$$2^{\frac{3}{5}} = 2^{\frac{6}{10}}$$

$$2^{\frac{6}{10}} = \sqrt[10]{2^6}$$

$$\sqrt[5]{2^3} = \sqrt[10]{2^6}$$

3ª propriedade

A raiz de um produto é igual ao produto das raízes dos fatores desse produto.

$$\underbrace{\sqrt[n]{a \cdot b}}_{\text{raiz de um produto}} = \underbrace{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}_{\text{produto de raízes}}$$

aplicando essa propriedade, chegaremos a um resultado importante:

$(\sqrt[3]{7})^2 = \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{7 \cdot 7} = \sqrt[3]{7^2}$, isto é: $(\sqrt[3]{7})^2 = \sqrt[3]{7^2}$

de modo geral:

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

4ª propriedade

A raiz de um quociente é igual ao quociente das raízes do dividendo e do divisor.

$$\underbrace{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}}_{\text{raiz de um quociente}} = \underbrace{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}_{\text{quociente de raízes}}$$

$$\sqrt[n]{a : b} = (a : b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} : b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

Exemplos:

Sabemos que $\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} = 10$

Também sabemos que:

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{4} = 2\end{array}\right\} \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 2 = 10$$

Então, $\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$.

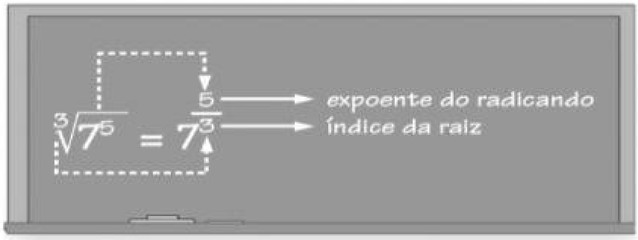
Agora observe:

$\sqrt{36 : 4} = \sqrt{9} = 3$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{36} = 6 \\ \sqrt{4} = 2\end{array}\right\} \sqrt{36} : \sqrt{4} = 6 : 2 = 3$$

Então, $\sqrt{36 : 4} = \sqrt{36} : \sqrt{4}$

Exercícios



1 Calcule.

a) $64^{\frac{1}{2}}$

b) $400^{\frac{1}{2}}$

c) $8^{\frac{2}{3}}$

d) $\left(\frac{16}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$

e) $100^{0,5}$

f) $625^{0,25}$

g) $32^{\frac{1}{5}}$

h) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$

2 Simplifique.

a) $\sqrt{7^2}$

b) $\sqrt[5]{2^5}$

3

a) $\sqrt{49}$

b) $\sqrt{121}$

c) $\sqrt{169}$

d) $\sqrt[3]{125}$

e) $\sqrt[4]{625}$

f) $\sqrt[3]{343}$

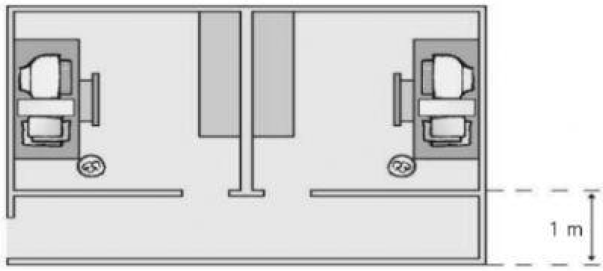
g) $\sqrt[4]{81}$

h) $\sqrt[6]{729}$

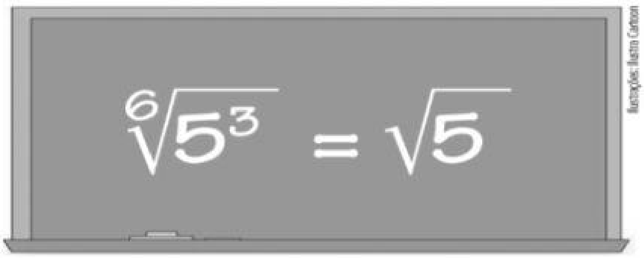
i) $\sqrt[7]{128}$

j) $\sqrt[10]{1024}$

4 A figura representa um escritório com duas salas quadradas de 9 m² de área cada uma. O corredor tem 1 m de largura. Qual é a área total do conjunto?



5 Veja o que o professor escreveu no quadro-negro:



Justifique essa afirmação do professor.

6 No caderno, simplifique os radicais e, em cada item, responda: que número você usou para dividir o índice e o expoente?

a) $\sqrt[4]{7^6}$

b) $\sqrt[9]{5^6}$

c) $\sqrt[10]{2^{15}}$

d) $\sqrt[8]{3^2}$

7 Certo ou errado?

a) $\sqrt[6]{7^2} = \sqrt[3]{7}$

b) $\sqrt[5]{6^4} = \sqrt[10]{6^8}$

c) $\sqrt[6]{5^3} = \sqrt[3]{5}$

d) $\sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{2^4}$

8 (Unicamp-SP) Determine o maior dentre os números $\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt[4]{4}$.

$\sqrt{\quad}$

9 Escreva sob a forma de uma única raiz.

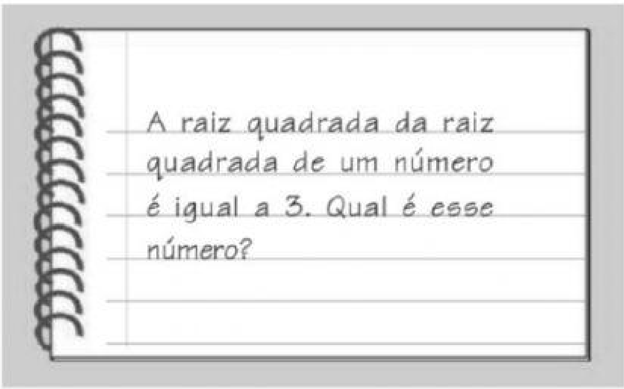
a) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}$ $\sqrt{}$

b) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}}$ $\sqrt{}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3^2}}$ $\sqrt{}$

d) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}$ $\sqrt{}$

10 Leia o exercício que Renato deve responder:



Responda você também.

11 Certo ou errado? Responda em seu caderno.

a) $\sqrt{21} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$

b) $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{10}$

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{30}$

12 Calcule, indicando o resultado sem radical.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

b) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$

c) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$

d) $\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}$

e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$

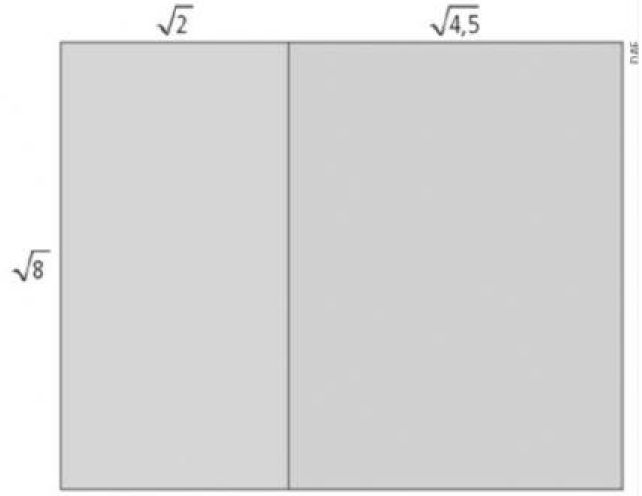
f) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{0{,}5}$

g) $\sqrt{0{,}1} \cdot \sqrt{10}$

h) $\sqrt{0{,}5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$

Faça os cálculos e responda em seu caderno.

13 A figura é constituída por duas partes retangulares (medidas em cm).



a) Qual é a área do retângulo azul?

b) Qual é a área do retângulo verde?

14 Calcule, usando as propriedades dos radicais aritméticos.

a) $\left(\sqrt{10}\right)^2$

b) $\left(\sqrt[3]{8}\right)^2$

c) $\left(\sqrt[3]{7}\right)^6$

d) $\left(\sqrt{3^2}\right)^4$

15 A figura mostra um retângulo e no seu interior um quadrado.

16 É verdade que $\sqrt{\dfrac{64}{16}} = \dfrac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}}$?