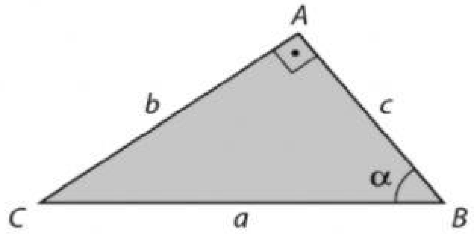
- **Trigonometria no triângulo**

➢ **Razões trigonométricas no triângulo retângulo**



✓ **Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo**

Considerando o ângulo α como referência, a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo α e a medida da hipotenusa, chamada de **seno de α** (**sen α**). Assim, escrevemos:

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo}\ \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{AC}{BC}\ (0° < \alpha < 90°)$$

A razão entre a medida do cateto adjacente ao ângulo α e a medida da hipotenusa, chamada de **cosseno de α** (**cos α**). Assim, escrevemos:

$$\cos \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo}\ \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{AB}{BC}\ (0° < \alpha < 90°)$$

A razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo α e a medida do cateto adjacente ao ângulo α, chamada de **tangente de α** (**tg α**). Assim, escrevemos:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo}\ \alpha}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo}\ \alpha} = \frac{AC}{AB}\ (0° < \alpha < 90°)$$

As razões $\boldsymbol{sen\ \alpha = \frac{AC}{BC}, cos\ \alpha = \frac{AB}{BC}\ e\ tg\ \alpha = \frac{AC}{AB}}$ são chamadas de **razões trigonométricas** em relação ao ângulo α.

✓ **Relações entre razões trigonométricas**

1ª relação: A soma do quadrado do seno de um ângulo agudo a com o quadrado do cosseno desse mesmo ângulo agudo α é igual a 1, ou seja:

$$\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Essa relação é chamada de **relação fundamental da Trigonometria**.

2ª relação: O seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de seu complemento, ou seja:

$$\text{sen}\ \alpha = \cos\ (90° - \alpha)$$

3ª relação: A tangente de um ângulo agudo α é igual à razão entre o seno e o cosseno desse mesmo ângulo agudo a, ou seja:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{\text{sen}\ \alpha}{\cos \alpha}$$

Exercícios:

1. Retomando a situação da construção da rampa da página 55, a NBR 9050 estabelece que a inclinação deve ser calculada de acordo com a expressão $i = \frac{h \cdot 100}{c}$ em que:

- i é a inclinação, em %;
- h é a altura do desnível;
- c é o comprimento horizontal da rampa.

Além disso, para desníveis de até 0,80 m, a inclinação permitida deve estar entre 6,25% e 8,33%. A partir dessas informações, responda:

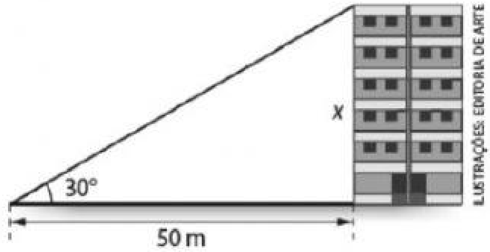
a) a expressão da inclinação pode ser relacionada com qual razão trigonométrica?

b) O que significa uma inclinação de 8%?

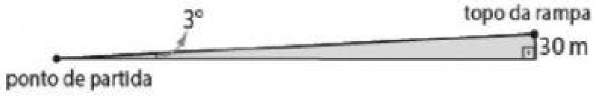
No Brasil, as regras para a construção de rampas de acessibilidade são regidas pela NBR 9050.

2. Considere duas pessoas a 4 km de distância uma da outra, localizadas em dois pontos A e B no solo. A pessoa no ponto A, olhando na direção de B, avistou, segundo um ângulo de 50° (com a horizontal), um helicóptero. No mesmo instante, a pessoa no ponto B, olhando na direção de A, avistou o mesmo helicóptero segundo um ângulo de 45° (com a horizontal). Aproximadamente, a que altura do solo o helicóptero estava naquele momento? Considere sen 45° = cos 45° e tg 50° ≃ 1,19.

3. Quando os raios do Sol formam o ângulo de 30° com o plano do chão, obtém-se a medida de 50 m para a sombra de um prédio. Qual é a altura aproximada desse prédio? Dado: tg 30° ≃ 0,58.



4. (Vunesp-SP) Um ciclista sobe, em linha reta, uma rampa com inclinação de 3 graus a uma velocidade constante de 4 metros por segundo. A altura do topo da rampa em relação ao ponto de partida é de 30 m.

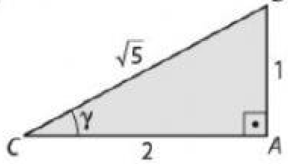


Use a aproximação sen 3° ≃ 0,05 e responda. O tempo, em minutos, que o ciclista levou para percorrer completamente a rampa é:

a) 2,5.
b) 7,5.
c) 10.
d) 15.
e) 30.

5. Em cada caso, calcule o seno, o cosseno e a tangente do ângulo agudo destacado.

a)

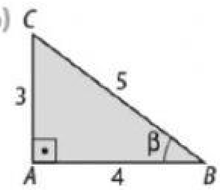


sen ϒ=

cos ϒ=

tg ϒ=

b)



sen β=

cos β=

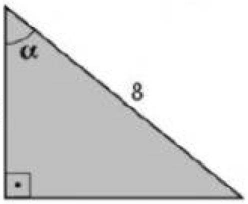
tg β=

6. Em um triângulo retângulo, um cateto mede 15 cm, e a hipotenusa, 17 cm. Calcule o seno, o cosseno e a tangente do maior ângulo agudo desse triângulo.

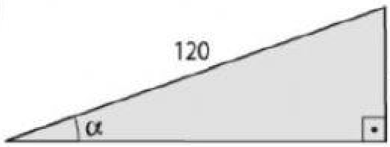
sen x= cos x= tg x=

7. Determine a medida aproximada, em grau, do ângulo α de cada figura. Utilize uma calculadora científica.

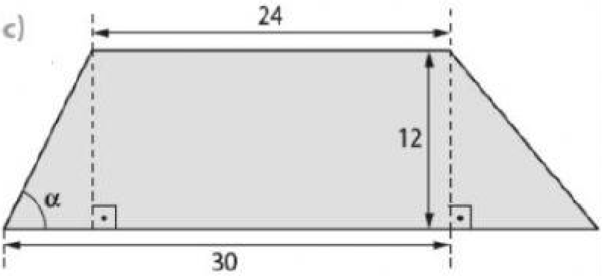
a)



b)



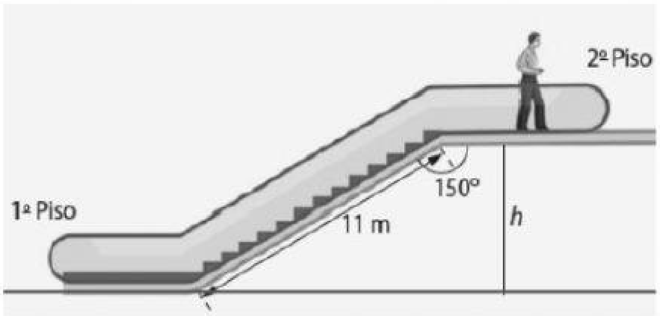
c)



8. Considerando sen $10° \simeq 0{,}17$; sen $65° \simeq 0{,}90$ e cos $50° \simeq 0{,}64$, calcule:

a) cos 25° b) cos 80° c) sen 40°

9. Numa estação rodoviária, um homem vai do primeiro piso para o segundo por meio de uma escada rolante, conforme mostra a figura a seguir:

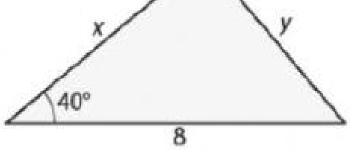


Calcule a altura h, em metro, atingida pelo homem ao chegar ao segundo piso. Considere $\cos 60° = \dfrac{1}{2}$.

10. Calcule x e y no triângulo a seguir. (Dados: $\cos 40° \simeq 0{,}77$ e $\operatorname{sen} 40° \simeq 0{,}64$.)

X=

Y=

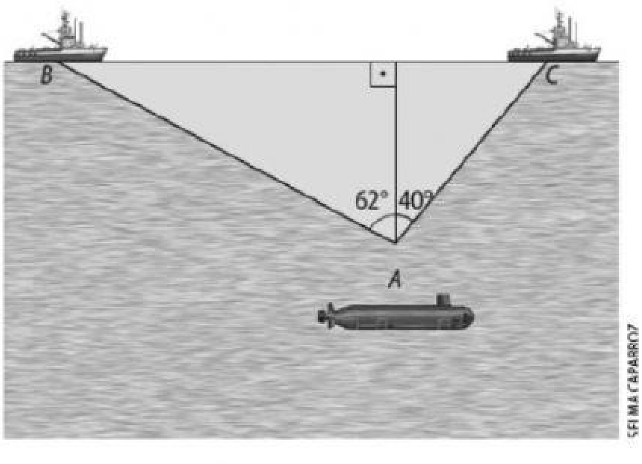


11. A soma dos comprimentos das bases de um trapézio retângulo vale 30 m. A base maior mede o dobro da menor. Calcule a altura do trapézio, sabendo que seu ângulo obtuso mede 150°. Considere sen 30° = 0,5.

12. Uma pessoa, ao observar um edifício sob um ângulo de 45°, conseguiu identificar o 20º andar do edifício. Sabendo que essa pessoa estava a 60 m do edifício e que todos os andares têm a mesma altura, calcule a altura de cada andar. Considere sen 45° = cos 45°.

13. Uma pessoa, distante 10 m de um prédio, observa seu topo sob um ângulo de 58°. Ao afastar-se desse prédio, ainda observa o topo, porém, agora, sob um ângulo de 22°. Calcule a altura do prédio e a distância de afastamento entre os pontos de observação. Dados: tg $22° \simeq 0{,}4$ e tg $58° \simeq 1{,}6$.

14. Um submarino *A*, que se encontra a uma profundidade de 400 m no mar, detecta dois barcos *B* e *C* na superfície da água sob ângulos de 62° e 40°, respectivamente, medidos entre a direção dos barcos e a direção perpendicular à superfície, como mostra a figura:



Qual é a distância aproximada entre os dois barcos? Considere tg $62° \simeq 1{,}9$ e tg $40° \simeq 0.8$.

15. Elabore um problema parecido com a atividade **14** e que envolva uma pessoa localizada no solo observando dois *drones* situados no ar, à mesma altura do solo e a distâncias diferentes da pessoa. Depois, resolva o problema e compartilhe com a turma.