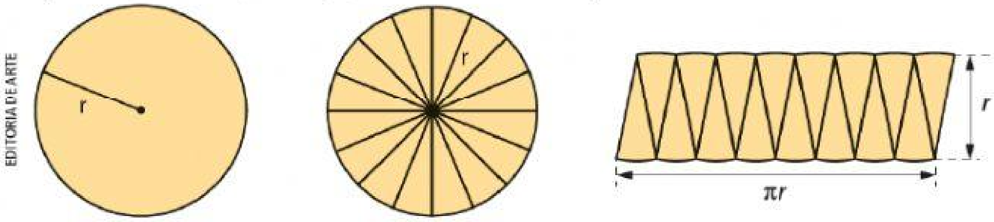
Área do círculo e de suas partes

• Área do círculo

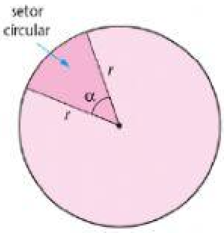
Vamos considerar um círculo cujo raio mede *r*. Dividindo-o em um número par de partes iguais, como feito a seguir, podemos observar que essas partes podem formar uma figura que lembra um paralelogramo. Quanto mais aumentarmos a quantidade dessas partes que dividem o círculo, mais a base da figura formada se aproximará de πr, ou seja, da metade do comprimento da circunferência.



Dessa forma, quanto mais aumentarmos a quantidade de partes, mais a área da figura se aproxima da área de um paralelogramo de lados de medidas πr e r. Portanto, ao aumentar indefinidamente a quantidade de partes que dividem o círculo, a área do círculo e a da figura vão coincidir, concluindo-se que a área do círculo é dada por: $\boldsymbol{S = \pi r \cdot r = \pi r^2}$. Logo, a área de um círculo de raio r é dada por:

$$S = \pi r^2$$

Área do setor circular



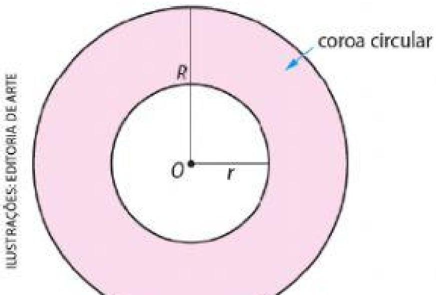
Denominamos **setor circular** a região do círculo delimitada por um dos seus ângulos centrais.

Vamos calcular a área de um setor circular relativo a um ângulo central α, montando uma regra de três simples que relacione a medida do ângulo central e a área:

$$\begin{array}{l} 360° \text{ —— } \pi r^2 \\ \alpha \text{ —— } S_\alpha \end{array}$$

Portanto: $$S_\alpha = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360°}$$

Área da coroa circular



A **coroa circular** é a região compreendida entre duas circunferências concêntricas (de mesmo centro) que estão em um mesmo plano e têm as medidas de seus raios diferentes.

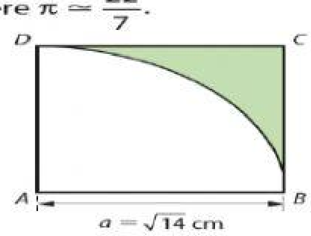
A área S de uma coroa circular é igual à diferença entre a área do círculo maior e a do círculo menor cujos raios medem, respectivamente, R e r. Nesse caso, temos: $S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$

Assim: $$S = \pi(R^2 - r^2)$$

ATIVIDADE RESOLVIDA

Na figura, *ABCD* é um quadrado e $\widehat{BD}$ é um arco de circunferência de centro *A*. Qual é a área da parte colorida de verde?

Considere $\pi \simeq \frac{22}{7}$.



Resolução

A área da parte colorida de verde é igual à área do quadrado *ABCD* menos a quarta parte da área do círculo de raio *a*.

$S_{\text{quadrado}} = a^2 \Rightarrow S_{\text{quadrado}} = \left(\sqrt{14}\right)^2$

Logo, $S_{\text{quadrado}} = 14$

$\frac{S_{\text{círculo}}}{4} = \frac{\pi a^2}{4} \Rightarrow \frac{S_{\text{círculo}}}{4} = \frac{\frac{22}{7} \cdot 14}{4} = 11$

Assim: $S = S_{\text{quadrado}} - \frac{S_{\text{círculo}}}{4} = 14 - 11 = 3$

Portanto, a área da parte colorida é 3 cm².

EXERCÍCIOS

1. Qual é a medida do diâmetro de um círculo de área 100π dm^2?

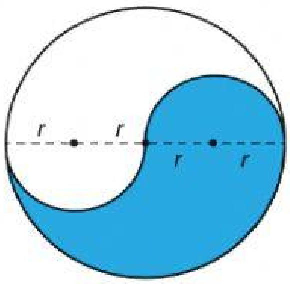
2. (ESPM-SP) Da área de um quadrado, retiramos a área correspondente a um círculo de diâmetro igual à metade da medida do lado do quadrado. A área restante, em porcentagem da área original do quadrado, vale aproximadamente:

   a) 50%
   b) 60%
   c) 75%
   d) 80%
   e) 90%

3. O jardim de uma praça no centro de uma cidade tem forma semicircular com diâmetro medindo 15 m. Qual é a área desse jardim?

4. Sabendo que $r = 10$ cm, calcule a área da região colorida de azul na figura. (Adote $\pi \simeq 3{,}14$.)

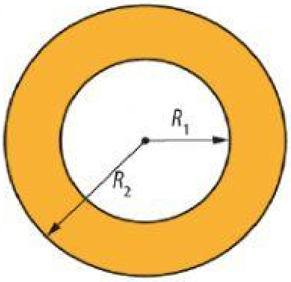
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE



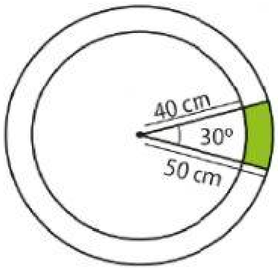
5. (Insper-SP) Uma pizzaria vende pizzas circulares com 32 cm de diâmetro, divididas em 8 pedaços iguais. O dono do estabelecimento pensou em criar uma pizza de tamanho maior, a ser dividida em 12 pedaços iguais, de modo que a área de cada um deles seja igual à área de um pedaço da pizza menor. Para isso, o diâmetro da pizza de 12 pedaços deve ser aproximadamente igual a:

   a) 36 cm
   b) 40 cm
   c) 44 cm
   d) 48 cm
   e) 52 cm

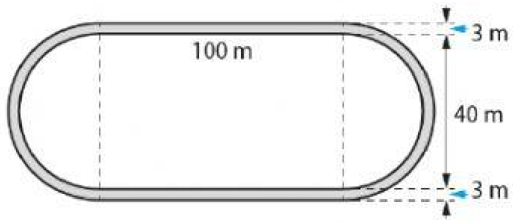
6. Determine a área da região colorida de laranja da figura. (Dados: $R_1 = 3$ m, $R_2 = 5$ m.)



7. Duas circunferências concêntricas têm raios iguais a 50 cm e 40 cm, conforme indica a figura. Calcule a área destacada em verde.



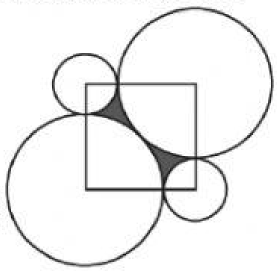
8. Uma praça é formada por um retângulo de comprimento 100 m e largura 40 m e dois semicírculos com diâmetro coincidindo com o lado menor do retângulo.



Em torno da praça será construída uma calçada de 3 m de largura, cujo preço por metro quadrado é R$ 50,00. Calcule o custo total desse projeto. (Adote $\pi \simeq 3{,}14$.)

9. (UFRGS-RS) Considere um quadrado de lado 1. Foram construídos dois círculos de raio R com centros em dois vértices opostos do quadrado e tangentes entre si; dois outros círculos de raio r com centros nos outros dois vértices do quadrado e tangentes aos círculos de raio R, como ilustra a figura abaixo.

UFRGS.



A área da região sombreada é

   a) $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)\pi.$
   b) $\left(\sqrt{2} - 1\right)\pi.$
   c) $1 + \left(\sqrt{2} - \dfrac{1}{2}\right)\pi.$
   d) $1 + \left(\sqrt{2} - 1\right)\pi.$
   e) $1 + \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\pi.$