

บทที่ 2
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

1. จำนวนตรรกยะ

คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

เช่น $0, 1, 5, -7, \frac{2}{3}, -\frac{3}{5}, \frac{11}{7}$ และ $-\frac{31}{12}$ เป็นต้น

โดยเราสามารถเขียนเศษส่วนอื่นๆให้อยู่ในรูปของทศนิยมได้ดังนี้

$$\frac{5}{8} = 0.625000\ldots \quad \text{หรือ } 0.625\dot{0}$$

$$\frac{7}{15} = 0.4666\ldots \quad \text{หรือ } 0.4\dot{6}$$

$$-\frac{50}{33} = -1.515151\ldots \quad \text{หรือ } -1.5\dot{1}$$

$$\frac{11}{37} = 0.297297297\ldots \quad \text{หรือ } 0.2\dot{9}\dot{7}$$

$$-\frac{83}{275} = -0.301818181\ldots \quad \text{หรือ } -0.301\dot{8}$$

ทศนิยมข้างต้นนี้ เรียกว่า **ทศนิยมซ้ำ** เราสามารถจัดทศนิยมซ้ำเป็นสองกลุ่มดังนี้

1. ทศนิยมซ้ำศูนย์

เช่น $0.625\dot{0}$, $0.2\dot{0}$ และ $1.28\dot{0}$

ในกลุ่มนี้ไม่นิยมเขียนตัวซ้ำศูนย์ เช่น

$0.3\dot{0}$ เขียนเป็น 0.3

$2.65\dot{0}$ เขียนเป็น 2.65

$-1.8352\dot{0}$ เขียนเป็น -1.8352

2. ทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์

เช่น $0.2\dot{9}\dot{7}$, $5.\dot{3}87\dot{4}$, $1.1\dot{8}$, $-2.06\dot{3}$, $-2.1\dot{3}2\dot{7}$

และ $12.642385\dot{1}$

ในทางกลับกัน เราสามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ เช่น

$$0.11 = \frac{11}{100}$$

$$-0.137 = -\frac{137}{1,000}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียน $0.\dot{6}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $N = 0.\dot{6}$

ดังนั้น $N = 0.666... \quad \text{—————} \quad \textcircled{1}$

$\textcircled{1} \times 10$ จะได้ $10N = 10 \times 0.666...$

$10N = 6.666... \quad \text{—————} \quad \textcircled{2}$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ จะได้ $10N - N = (6.666...) - (0.666...)$

จะได้ $9N = 6$

ดังนั้น $N = \frac{6}{9}$

นั่นคือ $0.\dot{6} = \frac{6}{9}$ หรือ $\frac{2}{3}$

ตอบ $\frac{2}{3}$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียน $0.7\dot{2}5$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $N = 0.7\dot{2}5$

ดังนั้น $N = 0.7252525... \quad \text{—————} \quad \textcircled{1}$

$\textcircled{1} \times 1,000$ จะได้ $1,000N = 1,000 \times 0.7252525...$

$1,000N = 725.252525... \quad \text{—————} \quad \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \times 10$ จะได้ $10N = 10 \times 0.7252525...$

$10N = 7.252525... \quad \text{—————} \quad \textcircled{3}$

$\textcircled{2} - \textcircled{3}$ จะได้ $1,000N - 10N = (725.2525...) - (7.2525...)$

จะได้ $990N = 718$

ดังนั้น $N = \frac{718}{990}$

นั่นคือ $0.7\dot{2}5 = \frac{718}{990}$ หรือ $\frac{359}{495}$

ตอบ $\frac{359}{495}$

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

แผนผังแสดงจำนวนชนิดต่างๆ



การเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วนอย่างง่าย

เศษ = ตัวเลขหลังจุดทศนิยมทั้งหมด - ตัวเลขหลังจุดทศนิยมที่ซ้ำ

ส่วน = เต็ม 9 เท่ากับจำนวนตำแหน่งหลังจุดทศนิยมที่ซ้ำ และวงเล็บเต็ม 0 เท่ากับจำนวนหลังจุดทศนิยม

ตัวอย่างที่ 1 จงเปลี่ยน $0.\dot{7}$ เป็นเศษส่วน

วิธีทำ เศษ = $7 - 0 = 7$

ส่วน = 9

ดังนั้น $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

ตัวอย่างที่ 2 จงเปลี่ยน $0.\dot{6}$ เป็นเศษส่วน

วิธีทำ เศษ = $6 - 0 = 6$

ส่วน = 9

ดังนั้น $0.\dot{6} = \frac{6}{9}$ หรือ $\frac{2}{3}$

ตัวอย่างที่ 3 จงเปลี่ยน $0.4\dot{7}$ เป็นเศษส่วน

วิธีทำ เศษ = $47 - 4 = 43$

ส่วน = 90

ดังนั้น $0.4\dot{7} = \frac{43}{90}$

ตัวอย่างที่ 4 จงเปลี่ยน $0.\dot{7}\dot{8}$ เป็นเศษส่วน

วิธีทำ เศษ = $78 - 0 = 78$

ส่วน = 99

ดังนั้น $0.\dot{7}\dot{8} = \frac{78}{99}$

ตัวอย่างที่ 7 จงเปลี่ยน $0.\dot{1}23\dot{4}$ เป็นเศษส่วน

วิธีทำ เศษ = $1234 - 0 = 1234$
 ส่วน = 9999

ดังนั้น $0.\dot{1}23\dot{4} = \frac{1234}{9999}$

ตัวอย่างที่ 8 จงเปลี่ยน $1.56\dot{7}8\dot{9}$ เป็นเศษส่วน

วิธีทำ เศษ = $56789 - 56 = 56733$
 ส่วน = 99900

ดังนั้น $1.56\dot{7}8\dot{9} = 1\frac{56733}{99900}$

แบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาการเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนจากตัวอย่างที่กำหนดให้ แล้วเขียนคำตอบเติมในช่องว่างในตารางต่อไปนี้ พร้อมทั้งตอบคำถาม

ชุดที่ 1	
ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
1) 0.1̄	$\frac{1}{9}$
2) 0.2̄	—
3) 0.3̄	—
4) 0.4̄	—
5) 0.7̄	—
6) 0.8̄	—

ชุดที่ 2	
ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
1) 0.12̄	$\frac{12}{99}$
2) 0.35̄	—
3) 0.64̄	—
4) 0.51̄	$\frac{—}{99}$
5) 0.75̄	—
6) 0.83̄	—

ชุดที่ 3	
ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
1) 0.234̄	$\frac{234-2}{990}$ หรือ $\frac{232}{990}$
2) 0.516̄	$\frac{516-5}{990}$ หรือ $\frac{—}{990}$
3) 0.865̄	$\frac{—-8}{990}$ หรือ $\frac{—}{990}$
4) 0.491̄	$\frac{—-4}{990}$ หรือ $\frac{—}{990}$
5) 0.738̄	$\frac{—-7}{990}$ หรือ $\frac{—}{990}$
6) 0.917̄	$\frac{—-9}{990}$ หรือ $\frac{—}{990}$

ชุดที่ 4	
ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
1) 0.234̄	$\frac{234-23}{900}$ หรือ $\frac{221}{900}$
2) 0.516̄	$\frac{516-51}{900}$ หรือ $\frac{—}{900}$
3) 0.865̄	$\frac{—-8}{900}$ หรือ $\frac{—}{900}$
4) 0.491̄	$\frac{—-49}{900}$ หรือ $\frac{—}{900}$
5) 0.738̄	$\frac{—-7}{900}$ หรือ $\frac{—}{900}$
6) 0.917̄	$\frac{—-9}{900}$ หรือ $\frac{—}{900}$

2. จงใช้แบบรูปของการเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่สังเกตเห็นจากการตอบในข้อ 1 เขียนทศนิยมซ้ำต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบเศษส่วน

1) $0.\dot{3}1\dot{6}$

$$0.\dot{3}1\dot{6} = \frac{316}{999}$$



2) $0.35\dot{8}\dot{1}$

$$\begin{aligned} 0.35\dot{8}\dot{1} &= \frac{3581 - 35}{9900} \\ &= \frac{3546}{9900} \end{aligned}$$

3) $3.\dot{7}40\dot{2}$

$$\begin{aligned} 3.\dot{7}40\dot{2} &= 3 + \frac{7402 - 7402}{9999} \\ &= 3 \frac{0}{9999} \end{aligned}$$

4) $1.3\dot{4}5\dot{6}$

$$\begin{aligned} 1.3\dot{4}5\dot{6} &= 1 + \frac{3456 - 3}{9990} \\ &= 1 \frac{3453}{9990} \end{aligned}$$